

DOI: 10.7652/xjtuxb201409018

歪斜安装对组配轴承转子系统动力学特性影响

易均, 刘恒, 刘意, 景敏卿
(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对多联组配轴承歪斜安装情况,推导了一个轴承外圈发生绕竖直方向歪斜时滚动轴承的非线性支承力形式,并借助 Timoshenko 梁轴单元建立了主轴模型,利用打靶法和 Floquet 理论分析了歪斜对系统全局非线性稳定特性和振动特性的影响。通过与正常安装组配轴承转子系统对比发现:外圈歪斜后系统在大间隙时的低转速区域容易出现倍周期分叉,在高转速区域易表现为伪周期分叉;在小间隙工况时容易获得大范围的周期运动参数区域。同时,歪斜使得系统的一临界峰峰值右移且明显放大,从而导致系统在高转速区域的水平方向振动明显增大。研究结果表明,掌握且合理利用轴承歪斜后的非均匀间隙特性,有助于改善系统运行的动力特性。

关键词: 歪斜安装;滚动轴承;多联组配;间隙特性;稳定特性

中图分类号: TH113 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-098X(2014)09-0107-05

Influence of Installed Outer Race on Nonlinear Dynamic Characteristics for Matched Bearings-Rotor System

YI Jun, LIU Heng, LIU Yi, JING Mingqing
(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: For a skewing installed matched bearings-rotor system, an expression of the nonlinear supporting force is deduced when the outer race skews around the vertical axis. Timoshenko elements are chosen to model the flexible rotor, and shooting method is used to analyze the global nonlinear dynamic stability and vibration characteristics following Floquet theory. Compared with the normally installed bearing rotor system, the skewing with large internal clearance usually leads to multi-periodic behaviors in low speed region, and quasi-periodic behaviors in high speed region; the stable parameter region is widened for small clearance. The skewing makes vibration peak obviously right shift and magnified, and violent vibration then occurs horizontally in high speed region.

Keywords: skewing installation; rolling bearing; matched bearings; clearance; stability

组配轴承由 2 个或者多个角接触轴承成对安装而成,以获得更高的支承精度和承载能力,并广泛应用于机床、精密仪器、高速离心机等领域^[1]。为了保障组配轴承转子系统的稳定运行,除了对角接触轴承本身动力特性提出严格要求外,更重要的是对组配轴承安装技术提出了特殊要求。

目前,国内外早已对单列角接触轴承展开了研究。Yamamoto 在 Jeffcott 转子中考察了轴承间隙的非线性动力影响^[2]。Tiware 不仅在理论上考察了轴承内部间隙的非线性动力特性,还实验验证了非线性失稳现象^[3-4]。Harsha 在计入表面波纹度和径向间隙等多种非线性因素的同时,利用庞加莱截

面和频谱结果分析了滚动轴承支承转子的伪周期、倍周期和混沌等非线性动力特性^[5]。袁茹结合阻尼特性和径向间隙,考察了简单 Jeffcott 转子的非线性行为^[6]。白长青建立了滚动轴承支承平衡转子模型,结合 Floquet 理论研究了周期解失稳的3种途径^[7]。对于组配轴承安装技术,Aini 通过实验详细分析了多支承轴承的频率特性,建立了角接触轴承的五自由度简化动力学模型^[8]。Rahman 借助 Aini 的五自由度模型,研究了多个滚动轴承支承主轴在不同安装方式下的动力响应^[9]。罗平利用 Timoshenko 梁轴单元建立了主轴模型,讨论了组配轴承安装过程中出现错位时的非线性动力响应^[10]。然而,以上研究并未对组配轴承安装过程或使用过程中出现的外圈歪斜进行深入讨论。

本文推导了组配轴承中一个轴承外圈发生绕竖直方向歪斜时轴承的非线性支承力表达形式。借助 Timoshenko 梁轴单元和赫兹接触理论,建立了组配轴承转子系统模型,并利用打靶法和 Floquet 理论进行方程求解和失稳判别。研究时将轴承内部间隙和工作转速共同构成动力响应的讨论域,以期获得轴承内部间隙连续变化时系统动力响应,以及轴承外圈歪斜时系统的振动特性。

1 系统建模

组配轴承主轴系统如图1所示。该系统主要由线性转轴、非线性支承轴承及不平衡轮盘组成。主轴采用 Timoshenko 有限元单元进行离散,如图2

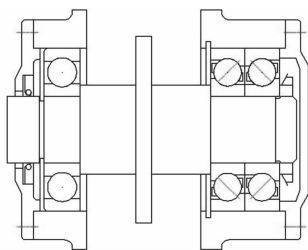


图1 组配轴承主轴示意图

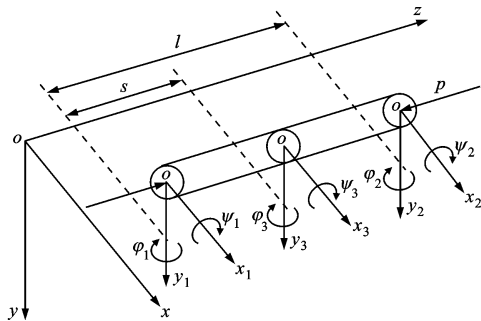


图2 主轴有限元模型单元

所示,并利用哈密顿原理进行系统组装。系统动力学方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_u + \mathbf{F}_g \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为系统的质量矩阵、陀螺矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{F}_b$ 为非线性支承力向量; $\mathbf{F}_u$ 为轮盘不平衡周期激励; $\mathbf{F}_g$ 为系统重力向量; $\mathbf{q}$ 为系统节点自由度。

2 滚动轴承非线性轴承力

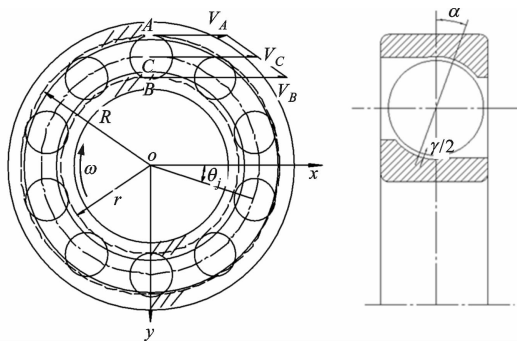
假设滚动轴承的滚子均匀分布于内、外滚道之间,如图3所示。角接触球轴承受力后在滚动体与内、外滚道之间发生接触变形,轴承接触力与接触变形之间的关系可用赫兹公式计算。根据赫兹弹性接触理论,第 j 个滚动体与内、外滚道间的接触力 Q_j 及弹性变形量 δ_j 可表示为

$$Q_j = k_j \delta_j^{3/2} \quad (2)$$

式中: k_j 表示第 j 个滚动体与内、外滚道间的总等效刚度系数^[11]。图3所示的滚动轴承坐标系中第 j 个滚动体在 t 时刻的转角为

$$\theta_j = \frac{2\pi}{N_b}(j-1) + \omega_c t \quad (3)$$

式中: N_b 表示滚动体个数; ω_c 表示滚动体公转转速。本文中假设轴承外滚道不随转轴一起转动,内滚道与转轴一起旋转。



ω :转轴转速; V_A 、 V_B :滚动体内、外圈接触点线速度;
 V_C :滚动体公转线速度; r 、 R :轴承内、外圈滚道半径; α :接触角

图3 滚动轴承模型

根据图3模型,滚动体公转速度

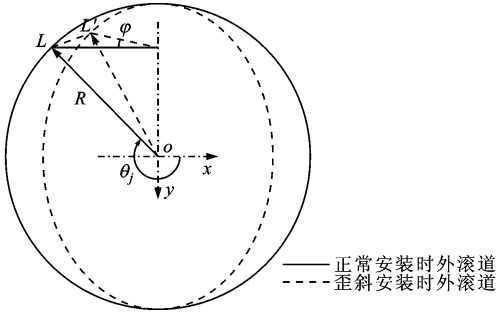
$$\omega_c = \frac{\omega r}{r + R} \quad (4)$$

对于正常安装无歪斜的滚动轴承,在计入初始间隙 γ 后的弹性变形量

$$\delta_j = (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j) \cos \alpha - \gamma \quad (5)$$

式中: x 和 y 表示内滚道水平和竖直位移。

组配中轴承安装歪斜后的示意如图4所示。歪斜后第 j 个滚子与内、外滚道间由于歪斜而引起的



L : t 时刻正常情况滚子在外滚道的接触点位置; L' : t 时刻歪斜后滚子在外滚道的接触点位置; φ :轴承外滚道绕 y 轴歪斜的角度

图 4 轴承歪斜安装示意图

径向间隙改变量

$$\gamma_j = R - ((R\cos\theta_j\cos\varphi)^2 + (R\sin\theta_j)^2)^{1/2} \quad (6)$$

因此,歪斜安装时轴承的径向间隙

$$\gamma_{ej} = \gamma - \gamma_j \quad (7)$$

歪斜安装后第 j 个滚子与滚道间的接触变形

$$\delta_{ej} = (x\cos\theta_j + y\sin\theta_j)\cos\alpha - \gamma_{ej} \quad (8)$$

利用赫兹接触理论,第 j 个滚子与内、外滚道间的接触力

$$Q_{ej} = \begin{cases} k_j(\delta_{ej})^{3/2}, & \delta_{ej} \geq 0 \\ 0, & \delta_{ej} < 0 \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, N_b \quad (9)$$

根据式(2),同时考虑轴承的阻尼效应,可得整个轴承的非线性支承力在 x 和 y 方向的分量,即

$$\left. \begin{aligned} f_x &= -c_b\dot{x} - \sum_{j=1}^{N_b} Q_{ej}\cos\alpha\cos\theta_j \\ f_y &= -c_b\dot{y} - \sum_{j=1}^{N_b} Q_{ej}\cos\alpha\sin\theta_j \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: c_b 为接触阻尼。根据文献[12]查得 c_b 和等效刚度之间的关系为

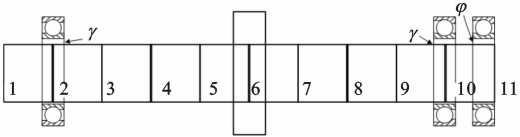
$$c_b = 1.0 \times 10^{-5} k_j(\delta_{0j})^{1/2} \quad (11)$$

经计算 $k_j = 1.083 \times 10^{10} \text{ N/m}^{3/2}$ 。本文轴承参数参见文献[10]。

3 数值模拟结果与讨论

如图 5 所示,用 2 个非线性弹簧模拟多联组配轴承,其弹性力为轴承非线性力。转子的结构参数如下:轴直径为 80 mm,轴长度为 550 mm,圆盘宽度为 80 mm,圆盘直径为 120 mm,材料密度为 $7\,800 \text{ kg/m}^3$,弹性模量为 $2.103 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$,泊松比为 0.3。将图 1 转子系统均匀离散为 11 个单元和 12 个节点,每个节点有 4 个自由度,节点 2、11、

12 处为滚动轴承支承(节点 11 处的轴承在安装时绕竖直方向发生歪斜),节点 5、8 处为轮盘位置,系统不平衡质量为轮盘的偏心质量,质量偏心作用于 oxy 平面。当在 x 、 y 方向的质量偏心为 $8 \mu\text{m}$ 时,本文采用打靶法及追踪算法研究了非线性动力系统稳态周期解随外参数(转速)变化的稳定性分岔规律,详见文献[10]。



1~11:转子系统均匀离散后的单元节点数

图 5 轴系有限元离散系统

3.1 径向间隙对全局特性的影响

实际中,工况波动和摩擦生热等因素会导致径向间隙在连续大范围内波动,因此滚动轴承转子系统的全局动特性研究域由径向间隙与转速共同构成,如图 6 所示。该研究域横坐标为工作转速,纵坐标为径向间隙,动力稳定性采用如下符号表示: T_1 、 T_2 表示周期解区域; D_1 、 D_2 分别表示 2 倍周期解、4 倍周期解区域; Q_1 、 Q_2 、 Q_3 表示伪周期解区域。从图 6 中可以看出:当 $\gamma < 3$ 时,25 000 r/min 以下系统能在较大范围获得稳定周期解区域,而在高转速区域表现出伪周期运动特性;当 $\gamma = 3$ 时,伪周期区域 Q_1 突然出现,并随着转速的升高先后出现了 D_2 、 D_1 及 Q_2 等失稳区域,充分表明径向间隙对系统具有强非线性影响,同时也对此类轴系设计提出了全局动力响应考察的技术要求。 $\gamma = 3$ 时系统在不同区域的动态响应如图 7 所示。 $\gamma > 5$ 时,高转速区域的伪周期区域 Q_2 突然消失,系统进入大参数范围的稳定工况区域 T_2 。 Q_1 和 D_2 分别在 $\gamma = 5$ 和 $\gamma = 7$ 时发生且逐渐消失, D_1 在 $\gamma = 10$ 时消失,此时系统进入大参数范围的非线性动力响应的稳态区域 T_2 。

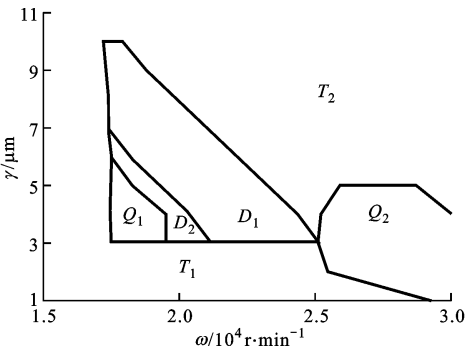
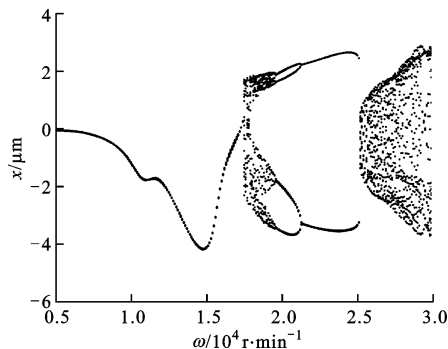
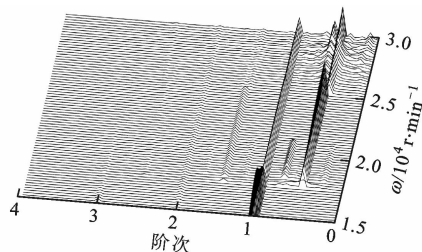


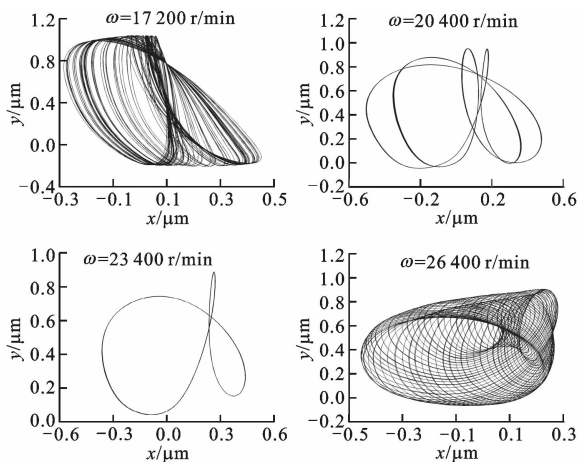
图 6 正常安装轴系全局稳定性示意图



(a) 位移分叉图



(b) 频谱转速图



(c) 不同转速下轮盘位置轴心轨迹图

图7 $\gamma=3$ 时系统动态响应

3.2 轴承外滚道歪斜对全局动力特性的影响

轴承外滚道绕竖直方向发生一定程度的歪斜,相当于以外滚道竖直方向端点沿周向到水平方向端点的径向间隙逐渐减小(见式(8)),甚至在水平位置形成负间隙。因此,从动力特性上看,歪斜是对系统水平方向的约束,并产生一个极小的绕 y 轴的附加力矩。由此,本文从动力学角度出发,探讨了轴承外滚道歪斜后的非线性动力特性(忽略温升因素)。实际中,间隙的设置通常是为了抵消轴承热膨胀,防止轴承抱死。虽然外滚道歪斜后系统的水平方向约束得以加强,但是间隙由于非设计因素而减小,所以轴

承温升加剧。

外滚道在不同程度歪斜时系统全局动力特性如图8所示。从图8可以看出,随着轴承外滚道绕 y 轴歪斜的角度 φ 的增大,系统在小间隙范围内获得的稳定周期解区域增大,以 D_1 为代表的失稳区域出现时要求 γ 增大,本文坐标系中表现为整体上移,同时 Q_1 和 D_2 随着 φ 的增大而逐渐消失。在高转速区域, Q_2 表现出整体上移,并在小间隙时出现一个新的倍周期区域 D_3 。从图8还可以看出:当系统的轴承间隙较大时,受 φ 的影响,系统极有可能发生倍周期或者伪周期失稳;当系统的轴承间隙较小时, φ 反而容易使系统稳定的周期运动区域扩大。但是,需要指出,外滚道歪斜很可能使得小间隙系统变为负间隙,轴承温升将明显加剧。

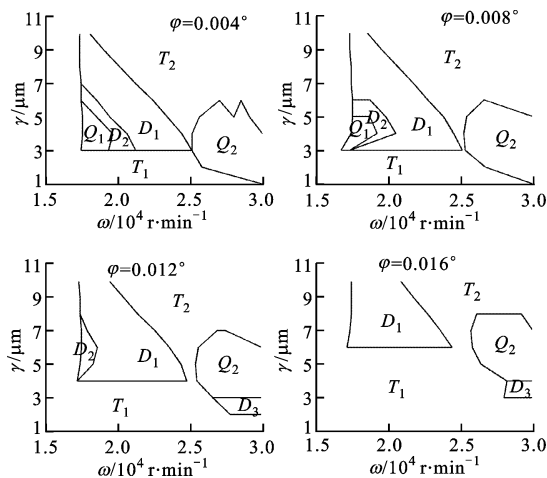


图8 外滚道在不同程度歪斜时系统全局动力特性

3.3 轴承外滚道歪斜对系统振动特性的影响

对于机床主轴来说,除了动力稳定性外,振动幅值也是影响加工工件质量的关键因素。振动量过大必然导致加工质量下降,因此有必要对歪斜轴系的振动规律进行探讨。为了排除间隙引起非线性失稳的影响,置径向间隙 $\gamma=1$,轮盘不平衡量为 $1 \mu\text{m}$,结果如图9所示。从图9可以看出, φ 使得系统在 x 方向的振动峰明显右移且峰值增加了146%,而在 y 方向的振动峰稍微左移且略有减小。可见,在一临界前,系统歪斜后振动较小,在一临界后, x 方向上振动明显增大。从图9还可以看出:歪斜后系统振动峰值减小,同时竖直方向上轴心位置变形减小,表明外滚道歪斜后约束加强,轴的挠度减小;在一临界后, x 方向上的系统振幅远大于正常安装系统,而 y 方向上变化不大。

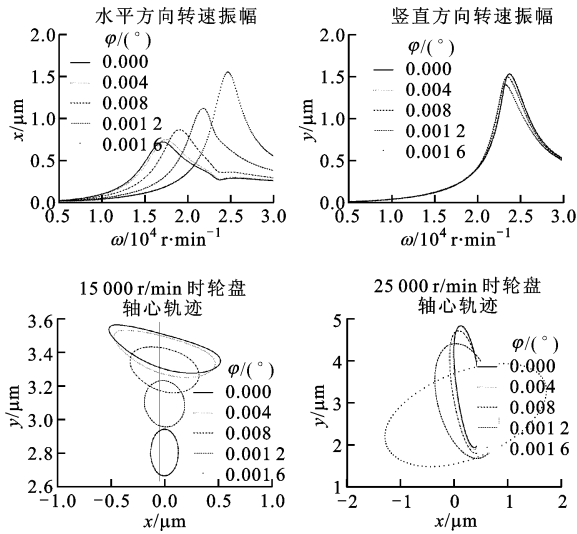


图9 外滚道在不同程度歪斜时的系统振动特性

4 结 论

本文建立了组配轴承支承主轴动力学模型,推导了轴承外滚道绕竖直方向歪斜时轴承非线性力表达式,并借助打靶法和 Floquet 理论进行了稳态响应求解和失稳判别,绘制了轴承径向间隙-工作转速工况参数图,讨论了轴承间隙和外滚道歪斜对组配轴承支承系统的全局非线性动力特性的影响规律。

仿真结果表明,对于正常安装的主轴系统,伪周期分叉和倍周期分叉为系统主要失稳形式。轴承外滚道发生歪斜时,随着歪斜量增大,大间隙工况系统易发生倍周期失稳和伪周期失稳,而小间隙工况的非线性稳定性可以得到改善。同时,随着歪斜量的增大,系统在水平方向上一临界振动峰明显右移且峰值增大,而在竖直方向上的变化较小,所以系统在高速区域时水平方向的振动明显增大。

参考文献:

- [1] GAO S H, MENG G, LI H G, et al. Non-linear dynamics of an unbalanced machine-tool spindle system supported by ball bearings [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part K Journal of Multi-Body Dynamics, 2008, 222(3): 201-214.
- [2] YAMAMOTO T. On the vibration of a shaft supported by bearings having radial clearances [J]. Transactions of the JSME, 1955, 21(103): 182-192.
- [3] TIWARI M, GUPTA K, PRAKASH O. Effect of

- radial internal clearance of a ball, bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(5): 723-756.
- [4] TIWARI M, GUPTA K, PRAKASH O. Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(5): 757-779.
- [5] HARSHA S P, SANDEEP K, PRAKASH R. Non-linear dynamic behaviors of rolling element bearings due to surface waviness [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 272(3/4/5): 557-580.
- [6] 袁茹, 赵凌燕, 王三民. 滚动轴承-转子系统的非线性动力学特性分析 [J]. 机械科学与技术, 2004, 23(10): 1175-1177.

- YUAN Ru, ZHAO Lingyan, WANG Sanmin. Analysis of the nonlinear dynamic behaviors of a rolling bearing-rotor system [J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(10): 1175-1177.
- [7] 白长青, 许庆余, 张小龙. 考虑径向间隙的滚动轴承平衡转子系统的非线性动力稳定性 [J]. 应用数学与力学, 2006, 27(2): 159-169.
- BAI Changqing, XU Qingyu, ZHANG Xiaolong. Nonlinear stability of balanced rotor due to the effect of ball bearing internal clearance [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(2): 159-169.
- [8] AINI R, RAHNEJAT H, GOHAR R. A 5 degrees of freedom analysis of vibrations in precision spindles [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1990, 30(1): 1-18.
- [9] RAHMAN A K, AINI R, GOHAR R. On the performance of multi-support spindle-bearing assemblies [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part K Journal of Multi-Body Dynamics, 2002, 216(2): 117-32.
- [10] 罗平, 刘恒, 景敏卿. 错位安装对多联组配轴承转子系统动力学特性的影响 [J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(7): 106-111.
- LUO Ping, LIU Heng, JING Minqing. Influence of misdisplacement on dynamic characteristics system of rotor supported by combined ball bearings [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(7): 106-111.
- [11] HARRIS T A. Rolling bearing analysis [M]. New York, USA: John Wiley & Sons, 1984: 160-162.
- [12] KRAMER E. Dynamics of rotors and foundations [M]. Berlin, Germany: Springer, 1993: 140-141.

(编辑 苗凌)